**C:\Program Files\Microsoft Office\MEDIA\CAGCAT10\j0299125.wmf ONUNCU HAFTANIN DERS İÇERİĞİ**

[HİPOTEZ TESTLERİ 2](#_Toc227318292)

[10.1 Tek Anakütle Ortalaması İçin Test 5](#_Toc227318293)

[10.2 Test Sonucunun Değerlendirilmesi 8](#_Toc227318294)

[Kaynaklar 11](#_Toc227318295)

# 

# HİPOTEZ TESTLERİ

[Hipotez](http://tr.wikipedia.org/wiki/Hipotez) doğruluğu bir araştırma ya da deney ile test edilmeye çalışılan öngörülerdir.

Hipotez testleri bir [örneklem](http://tr.wikipedia.org/wiki/%C3%96rneklem) ortalaması ile bu örneklemin çekilmiş olduğunu düşündüğümüz [ana kütle](http://tr.wikipedia.org/wiki/Anak%C3%BCtle) ortalaması etrafındaki farkın anlamlı olup olmadığını (yani önemli bir fark olup olmadığını) araştırmamızı sağlayan testlerdir.

Hipotez testleri istatistik biliminin en önemli konularından birisini oluşturur. Elimizdeki herhangi bir istatistiksel yargının (hipotezin) doğru ve geçerli olup olmadığını, geçerliyse geçerliliğine ne kadar güvenebileceğimizi hipotez testlerinin yardımıyla bulabiliriz. Herhangi bir üretim, pazarlama, ya da benzer bir süreçte ana kütleye ait bir değerin, öngörülen ya da tahmin edilen bir değere eşit olup olmadığı bu testler yardımıyla tespit edilir. Örneğin elektrik ampulü üreten bir fabrika için ürettiği ampullerin ortalama ömrünün istenen standartta olması çok önemli olabilir. Ya da üretim sürecinin baştan sona tekrar düzenlenmesini gerektirecek kadar büyük hatalar olup olmadığı öğrenilmek istenebilir. üretim sürecinin sonucunda elde edilen mamulün –örneğin ekmek- ortalama maliyetinin belirlenmesi için ağırlığı ya da başka bir değeri hakkında hipotez testlerine ihtiyaç duyarız. Ancak bu tespiti elde edilen tüm ürünler için yapmamız bazen imkânsız, bazense çok zor ve maliyetli olabilir. Bu yüzden söz konusu tespiti ana kütleden (üretilen malların tamamı) belirli yöntemlerle seçilen ve ana kütleyi mümkün olan en iyi şekilde temsil ettiği düşünülen bir örnekle yapılır. Ancak seçilen örnek ne kadar iyi olursa olsun, bir hata riski her zaman için mevcuttur. Bu yüzden testi yaparken belirli bir hata yapma riskini peşinen kabul etmiş oluruz. Yaptığımız testin önemine göre bu hata olasılığını kendimiz seçebiliriz. Örneğin bir deterjan fabrikası işletmesi için hazırladığı ambalajların ortalama ağırlığının istenen değere eşit olup olamadığını yüzde 85’lik bir olasılıkla bilmek yeterli olabilirken bir ilaç fabrikası için ilacın muhtemel etkileri konusunda yüzde 99’luk bir olasılık bile çok yüksek bir belirsizlik anlamına gelebilir[[1]](#footnote-1).

Daha terimsel bir açıklama yapacak olursak; ana kütle parametreleri hakkında bir varsayımın belirli bir anlamlılık seviyesinde geçerliliğinin, örnek istatistiklerinden hareketle araştırılmasına hipotez testi denir.

Parametrik olsun ya da olmasın, hipotez testleri dört aşamada yapılır:

-Hipotezlerin oluşturulması

-Anlamlılık seviyesinin belirlenmesi

-Örnek istatistiğinin standart rassal değişkene dönüştürülmesi

-Karar aşaması

Sıfır hipotezi (Ho) ; Örneklemden elde edilen ortalama ile ana kütleye ait ortalamanın farkı "0" sayılabilir. Yani ana kütle üzerinde yapılan deformasyonların anakütle aritmetik ortalamasını değiştirmeyeceği görüşünü savunur. Bu görüş savunulurken istatistiksel anlamlılık denilen (%99 %97 veya %95) yanılgı payı göz önüne alınır. Zaten yapılan işlemlerden sonra farkın çok küçük de olsa sıfırdan farklı olduğu görülür

Karşıt Hipotez (H1); Yapılan deformasyonun ana kütle aritmetik ortalamasını değiştireceği öngürüsüdür.

Bu hipotezler ışığında karşılaşılabilecek olası durumlar şunlardır:

Ho doğrudur : Hipotez testi sonunda biz doğru olduğunu buluyoruz. Yani "KABUL" ediyoruz. (1-α) güven katsayısı ile bu çıkardığımız sonuç doğrudur.

Ho doğru olmasına karşın hipotez testi sonunda biz onun yanlış olduğunu zannedip Ho'ı reddediyoruz.(I. tür hata veya α hata)

H0 hatalı veya yanlıştır : Biz onu doğru zannedip kabul ettik. II. tür hata veya β hata)

H0 hatalı veya yanlıştır : Biz onun yanlış olduğunu bulduk; *H*0'ı reddettik. (1-β veya testin gücü ile bu çıkardığımız sonuç doğrudur ).

α ve β tipi hatalar bilinçli olarak yapılan hatalardır. Burada bu hataların bilinçli yapılmasının sebebi olaylara bir de tersinden bakma gereksiniminden kaynaklanmaktadır.

Özetle:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | H0 gerçek | H0 hatalı |
| H0 kabulu | Doğru karar çıkarım | II.Tür hata (β) |
| H0 reddi | I.Tür hata (α) | Doğru karar çıkarım |

α : Hatalı karar, Ho doğru, biz onu yanlış diye reddediyoruz.

β : Hatalı karar, Ho yanlış, biz onu doğru diye kabul ediyoruz.

(1-α) : Doğru bir Ho hipotezini kabul etmemiz olasılığı olup buna [testin güvenilirlik düzeyi](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Testin_g%C3%BCvenilirlik_d%C3%BCzeyi&action=edit&redlink=1) denir.

(1-β) : Yanlış bir H0 hipotezini red etmemiz olasılığı olup buna [testin gücü](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Testin_g%C3%BCc%C3%BC&action=edit&redlink=1) denir.

Hipotez testi yaparken, α ve β hatalarını en aza indirmek için örneklemdeki birim sayısını olabildiğince fazlalaştırmak faydalı olacaktır.

α hatası yapma olasılığı azalırsa β hatası yapma olasılığı artar. Aynı testte hem α hem de β hatası beraber yapılamaz. Hatasız bir test yapmak mümkün değildir. %100 doğru karar verilemez. [Normal dağılım](http://tr.wikipedia.org/wiki/Normal_da%C4%9F%C4%B1l%C4%B1m) asimtotik olup x-ekseni ile kesişmediği için çok küçük de olsa bir risk söz konusudur.

Aşağıdaki varsayımlar hipotez testi için mutlaka araştırılmalıdır:

* Örneğe alınan birimler birbirlerinden bağımsız olarak seçilmiş olmalıdırlar.
* Anakütle normal dağılıma sahip olmalıdır.
* İki anakütle söz konusu ise bunların [varyansları](http://tr.wikipedia.org/wiki/Varyans) eşit olmalıdır.

Hipotez Testinin yapılırken aşağıdaki sırada çalışmalar yapılmalıdır:

* Hipotezlerin Oluşturulması
* Anlam düzeyinin α belirlenmesi
* Örnekleme dağılımının belirlenmesi
* Ret alanının ve kritik değerin belirlenmesi
* Karşılaştırmalar, sonuç ve yorum

## 10.1 Tek Anakütle Ortalaması İçin Test

Burada araştırma tek bir anakütle paramatresi (anakütle ortalaması) hakkındadır. Bu anakütle ortalama değeri tam olarak bilinmemekte ve belirlenen bir hipotez değerde μ0 olduğu varsayılmaktadır. Hipotez testi anakütle ortalamasına verilen değer hakkındadır.

"Sıfır hipotez" değeri bu parametre için belirtilen değerde olduğudur ve yani

alternatif hipotez ise

Bir anakütleden "basit olasılık örnekleme yöntemi" kullanarak "n" örneklem büyüklüğü olan bir örneklem ele geçirilir; istenilen değerler ölçülür ve \bar x değerindeki örneklem ortalaması bulunur. Hipotez testi yönteminde araştırma hedefi bu örneklemin söz konusu anakütleden çekilmiş olup olamayacağını ya da kaynağı olan anakütleden çekilmiş olabilmesinin olasılığının ne olabileceğini ortaya koymaktır.

Örnek:

Bir EKG cihazı saatte μo=20 kişi ortalama ölçüm yapmaktadır. Ölçme işlemi esnasında arızalanır. Bakım işleminden sonra yine μo=20 kg lık ölçme işlemini yapıp yapamayacağı sorusuna cevap aranmaktadır.

40 saat için ölçülen miktarlar örneklem yöntemine göre seçilip bu 40 saate ait ölçme işlem miktarları şu şekilde tespit edilmiştir.

n = 40

Örneklem ortalaması : \bar x= 21,4 kişi

Örneklem standard sapması: σ = 3,2 kişi

\sigma_\bar x= 3,2/\sqrt 40 = 0,506

**\bar x \mp \sigma_\bar x--> 21,4±0,506 kişi**

Hipotezler şu şekilde yazılabilir:

**Ho** : Elimizdeki örneklem anakütle ortalaması = 20 kişi olan bir anakütleden çekilmiş bir rassal örneklem olup, örneklem ortalaması değeri anakütle ortalamasına eşit olarak kabul edilebilir. Aradaki 1,4 kişi lık fark ise tesadüfe bağlanabilecek, önemli olmayan, anlam taşımayan çok küçük bir farktır. Yani elimizdeki örneklemin ait olduğu anakütle ortalamasını ile gösteririz.

**H1** : Bu örneklem =20 kişi olan bir anakütleden çekilmiş bir rassal örneklem olamaz. Aradaki 1,4 kişi lık fark tesadüfe bağlı değil, ayarlamanın yapılmamış olması nedeni ile gerçekleşmiştir. Bu kadarlık farkın tesadüfen ortaya çıkmış olması olasılığı çok küçüktür. Bu örneklemin çekilmiş olduğu anakütle 20 kişi olamaz. Örneklemimiz kendine ait başka bir anakütleden çekilmiş olmalıdır.

Hatasız bir test yapamayacağımız için her testte bir miktar yanılma riskimiz vardır. Bunu 0,05 ; 0,01 ; 0,005 ; 0,0001;... gibi bir düzey olarak benimseyebiliriz. Yanılma payımız küçüldükçe, teste olan güven düzeyimiz yükselir. O nedenle [istatistikçiler](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=%C4%B0statistik%C3%A7i&action=edit&redlink=1) olabildiğince az yanılma ile test yapmak isterler. Yine de α =0,05 ve alfa=0,01 düzeyleri en çok kullanılanlardır.

α=0,05 olsun. Testin güven düzeyi = 1 - α = 0,95 olur.

Elimizdeki veriler tartma yoluyla elde edilmiş sürekli, nitelik, nicel bir değişkene aittir. Bu tip veriler genelde normal dağılım gösterirler. Yani örneklemimiz "[normal dağılım](http://tr.wikipedia.org/wiki/Normal_da%C4%9F%C4%B1l%C4%B1m)" lı bir anakütleden çekilmiştir. Anakütle sonsuz büyüklüktedir. Seçim iadesiz seçimdir ve tamamen rassal bir süreçle yapılmıştır. Yani torbaların ağırlıkları birbirini etkilememiştir. n>30 olduğu için büyük bir [örneklem](http://tr.wikipedia.org/wiki/%C3%96rneklem) ile çalışıyoruz. "kişi" biriminden kurtulmak için ortalama değerlerini standardize edersek, verilerimiz z değerlerine dönüşür ve dağılımımız bir [standart normal dağılım](http://tr.wikipedia.org/wiki/Standart_normal_da%C4%9F%C4%B1l%C4%B1m) olan z dağılımına dönüşür.

Ret alanı demek; normal dağılım eğrisi altında seçtiğimiz güven alanı (Ho'ın kabul alanı) dışında kalan Ho'ın reddedilmesini sağlayan küçük alanlardır. Ret alanı çift yönlü olabilir. (eksi taraf, artı taraf) veya tek taraflı olabilir. (Yani ya sol tarafta ya da sağ tarafta) Bunun anlaşılması için H1 hipotezine bakarız.

Elimizdeki örnekleme ait zh değeri örneklemin bir istatistiğidir. Bu istatistik yardımıyla hipotez testini sonuçlandıracağız. O nedenle, **zh** değerine [Test İstatistiği](http://tr.wikipedia.org/wiki/Test_%C4%B0statisti%C4%9Fi) adını veriyoruz.

zh=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}

= (21,4-20)/0,51 = 2,74

Bir hipotez testinde; zh **<** zα ise; Ho **kabul edilir**. Bu elimizdeki in, ye yakın kabul edilebilecek bir konumda (Ho'ın kabul alanında) bulunduğunu gösterir.

Eğer zh **>** zα ise; Ho **reddedilir**. Elimizdeki örneklemin, Mo ortalamalı bir anakütleden çekilmiş rassal bir örneklem olmayacağı çünkü böyle bir şeyin gerçekleşmesi olasılığının çok küçük (p<0,05 veya p<0,01) olduğu sonucuna ulaşılır.

Sonuç  olarak:

zh = 2,74 **>** z0,05 = 1,96 --> *Ho RET*

Bu duruma göre: elimizdeki örneklemin ortalaması, ilgilenilen anakütlenin ortalamasından çok uzağa düşen bir büyüklüktedir. Bu makine hatalı ölçüm yapmakta, ortalaması 20 kişi olan ölçümü gerçekleştirememektedir. Aynı deney n=40 olan 100 örneklem ile tekrarlanmış olsa, bunun 95 inde gene aynı sonuçla karşılaşma beklenebilir. Belki yalnızca 5inde makinenin ayarı iyiymiş gibi hatalı bir sonuca ulaşılabilir. Dolayısıyla; verilen kararın doğru olması olasılığı %95 iken hatalı olması olasılığı en fazla %5 tir.

## 10.2 Test Sonucunun Değerlendirilmesi

zh<zα olduğunda, Ho hipotezini kabul edilir ve;

Bu iki örneklemin çekilmiş olduğu anakütle ortalamalarının birbirlerine eşit olduklarını, Bu iki anakütlenin aynı anakütleden çekilmiş birer rassal örneklem olduğunu, İki örneklem ortalaması arasında gözlediğimiz farkın bir olasılık eseri olarak ortaya çıkmış, istatistik bakımından anlamlı olmayan, önemli olmayan küçük bir fark olduğunu düşünürüz.

zh>zα olduğunda, Ho hipotezini ret edilir ve;

Ho hipotezine ait olan düşüncemizin tersini yani H1'i kabul ederiz. Bu büyüklükteki zh değerinin olasılığa bağlı olarak ortaya çıkmış olması olasılığı (ihtimali) çok düşüktür. Bu olasılık (p değeri) seçtiğimiz α dan da küçüktür. Bu kadar küçük bir olasılıkla ortaya çıkan bu z değerini artık rastgeleliğe değil anakütlenin gerçekten farklı olmasına bağlarız.

Önemli hipotez testleri özeti[[2]](#footnote-2)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| İsim | Formül | Varsayımlar |
| Tek-örneklem  [z-testi](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=Z-testi&action=edit&redlink=1) | z=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} | (Normal dağılım veya *n* > 30) ve bilinen σ değeri. |
| İki-örneklem  z-testi | z=\frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} | Normal dağılım ve bağımsız gözlemler ve (bilinen σ1 ve σ2 değerleri) |
| Tek-örneklem  [t-testi](http://tr.wikipedia.org/w/index.php?title=T-testi&action=edit&redlink=1) | t=\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}},  df=n-1 \ | (Normal anakütle veya *n* < 30) ve bilinmeyen σ değeri |
| Çiftleştirilmiş  t-testi | t=\frac{\overline{d}-d_0}{s_d},  sd=n-1 \ | (Normal farklar anakütlesi veya *n* < 30) ve bilinmeyen σ değeri |
| Tek-oran için  z-testi | z=\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} | *n .p* > 10 ve *n* (1 − *p*) > 10 |
| İki-oran için  z-teti, eşit varyanslar | z=\frac{{p}_1 - {p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}  \hat{p}=\frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} | n1.p1 > 5 VE *n1*(1 − *p1*) > 5 ve *n2*.*p2* > 5 ve *n2*(1 − *p2*) > 5 ve bağımsız gözlemler |
| İki-oran için  z-testi, eşit olmayan varyanslar | z=\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}} | *n1*.*p1* > 5 ve *n1*(1 − *p1*) > 5 ve *n2*.*p2* > 5 ve *n2*(1 − *p2*) > 5 ve bağımsız gözlemler |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| İsim | Formül | Varsayımlar |
| İki-örneklem pool edilmiş t-test | t=\frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}},  s_p^2=\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}, df=n_1 + n_2 - 2 \ | (Normal anakütle **veya** *n1*+*n2* > 40) **ve** bağımsız gözlemler **ve** σ1 = σ2 **ve** (bilinmeyen σ1 ve σ2 değerleri) |
| İki-örneklem pool edilmemiş  t-testi | t=\frac{(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}},  df=\frac{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{(n_2 - 1)c^2 + (n_1 - 1)(1 - c)^2}, c=\frac{\frac{s_1^2}{n_1}}{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} **veya** sd=\min\{n_1,n_2\} - 1\ | (Normal anakütleler **veya** *n1*+*n2* > 40) **ve** bağımsız gözlemler **ve** σ1 ≠ σ2 **ve** (bilinmeyen σ1 **ve** σ2 değerleri) |
| *Sembollerin tanınlanması* | *n* = örneklem büyüklüğü \overline{x}= örneklem ortalaması μ0 = anakütle ortalaması σ = anakütle standard sapması *t* = t istatistiği *sd* = serbestlik derecesi *n*1 = örneklem 1 büyüklüğü *n*2 = örneklem 2 büyüklüğü *s*1 = örneklem 1 std. sapması *s*2 = örneklem 2 std. sapması *p*1 = oran 1 *p*2 = oran 2 μ1 = anakütle 1 ortalaması μ2 = anakütle 2 ortalaması min{*n*1,*n*2} = n1 veya n2 için en küçük değer |  |

## Kaynaklar

1.M.,Akar, S.Şahinler, İstatistik, Ç.Ü.Ziraat Fakültesi ,Genel Yayın no:4,Adana,1997.

2. F.,İkiz, H.Püskülcü, Ş.Eren,İstatistiğe Giriş, EÜ Basımevi,İzmir,1996.

3. Ö.,Serper, Uygulamalı İstatistik, Ezgi Kitapevi, Bursa, 2000.

4. Y.,Özkan, Uygulamalı İstatistik I, Alfa Yayınları, İstanbul,1999.

5.N.,Çömlekçi,İstatistik,Bilim Teknik Yayınevi, Eskişehir,1984.

1. http://www.isletme.biz/istatistik/hipotez-ve-hipotez-testleri-2.html [↑](#footnote-ref-1)
2. [İngilizce Vikipedi'deki Mart 2008 tarihli **Statistical\_hypothesis\_testing** maddesi](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Statistical_hypothesis_testing) [↑](#footnote-ref-2)